

Tegevuste kaudu matemaatika õpetamisest põhikoolis

Tiiu Kaljas, Tallinna Ülikool

Tänapäevast koolimatemaatika **õpetamist** iseloomustab õppimise juhtimine, **õppimist** iseloomustab arusaamine ja **uute teadmiste seostamine** varem omandatud teadmistega erinevate tegevuste abil. Eeldatakse, et õppimist juhitakse erinevate õppevormide ja õppemeetodite oskusliku valiku kaudu. Õppimisest arusaamine püütakse saavutada mõtestatud, tähendusliku, reaalse eluga seotud aine esitamise teel.

Hiina vanasõna ütleb: “Ma kuulen ja ma unustan, ma näen ja ma mäletan, ma teen ja ma saan aru.” Matemaatikaga tegelemine tunnis eeldab samuti kuulamist, vaatlemist ning käelist ja kogu keha haaravat kehalist tegevust. Viimati mainitud tegevust nimetatakse ka kinesteetiliseks, kusjuures selle üheks osaks loetakse käelist tegevust. Erinevate tegevuste kaudu saavutatakse matemaatika tunnis see, et kuulamine ja vaatlemine muutuvad vastavalt kuulmiseks ja nägemiseks (st sisuliseks arusaamiseks). Uuringud on näidanud, et kuulmine ja nägemine talletab infot kuni 50% ulatuses. Kui sellega kaasneb tegutsemine koos vastavate aruteludega, säilib infost kuni 90%. Ka aktiivsuspedagoogika peab õppimisel esmatähtsaks **õpilase tegevuslikku aktiivsust**, mis eeldab nii füüsilist kui ka mentaalset aktiivsust. Aktiivsuspedagoogikas on õppimise motivatsiooni allikaks õpilaste huvi neid ümbritseva maailma vastu, teadmised luuakse praktilise tegevuse kaudu, õppimine toimub sisemiste ajendite ja eelkõige huvi mõjul.

Praktilisi tegevusi saab läbi viia väga erinevates vormides, mis eristuvad üksteisest õpikeskkonna, strateegia ja domineeriva tunnetusviisi poolest: iseseisev töö, paaritöö, rühmatöö; praktiline töö, uurimustöö, projektöpe; õuesöpe, mänguline öpe; õpimapi koostamine, ekskursioon jt. Õppimisprotsessist aktiivne osavõtt erinevate tegevuste kaudu julgustab õpilast sisuliselt arutlema ja tegema järeldusi, suurendab matemaatikast arusaamist ja seeläbi tõstab huvi matemaatika õppimise vastu. Tegevuste läbiviimine mitmesugustes vormides arendab õpilaste koostöövalmidust, võimaldab ühendada erinevate võimetega õpilasi. Kommunikatsioon õpilaste vahel tegevuste ajal suunab neid kasutama oma kõnes matemaatilisi mõisteid, neid täpsemalt defineerima, omavahel arutlema matemaatika rakenduste võimaluste üle. Koostöö aitab pidurdada nii mõnegi õpilase ängi ehk kartust matemaatika ees, samuti suhtlemiskartust. Tegevused suunavad õpilasi arutlema oma toimingute üle ja vastama küsimustele: „Mida ma peaksin tegema? Miks ma just nii teen? Milleks mulle seda vaja on?“ Tänapäeval peetakse metakognitsiooni matemaatikaõpetuse üheks oluliseks osaks, ehk teisisõnu peetakse väga oluliseks eneseteadvuse ja eneserefleksiooni tõstmist õppeprotsessis. Probleemülesannete lahendamisel saab sobivaid õppevahendeid ja abimaterjale kasutades probleemi olemust selgitada. Sobivalt valitud õppevahendid aitavad modelleerida matemaatilisi ideid. Ollakse seisukohal, et nende kasutamine aitab õpilastel konstrueerida matemaatilisi mõisteid ja neid ka säilitada. Praktilised tegevused võimaldavad õpilastele pakkuda uudsust ja vaheldusrikkust, viimased omakorda tõstavad huvi ja tähelepanu matemaatika õppimise vastu. Põhimõtteliste skeemide ja mudelite kasutamine õppetöös aitab kaasa õppematerjalist arusaamisele ja selle üldistamisele. Lisaks kognitiivsetele ja sotsiaalsetele eesmärkidele on matemaatikaõppes väga olulised ka afektiivsed eesmärgid. Rõõm matemaatika õppimisest, mis väljendub õpilaste sãrasilmsuses ja on omane I kooliastme õpilastele, tuleb säilitada ka järgmistes kooliastmetes.

Põhikooli uues õppekavas pööratakse suurt tähelepanu uute õppemeetodite, sealhulgas mitmesuguste tegevuste rakendamisele matemaatika õpetamisel. Eriti mainitakse nn aktiivsete õppemeetodite rakendamist. Kuna põhikooli matemaatika õpetust iseloomustab valdavalt aine konkreetne esitus, siis aitavad erinevad tegevused sellele suuresti kaasa.

Tegevuste läbiviimisel on väga oluline just sobiva õpikeskkonna loomine, mille üheks komponendiks on ka füüsiliste/materiaalsete vahendite ja võimaluste olemasolu. Materiaalsete võimaluste alla kuuluvad vajalikud õppevahendid; samuti võimalus läbi viia näiteks õuesõpet. Õppekavva on sellel eesmärgil lülitatud lühike nimekiri soovitatavatest (sisuliselt kohustuslikest) õppevahenditest, mis peaksid igas matemaatika klassis olemas olema. Kindlasti on need õppevahendid tarvilikud õpetaja igapäevases koolitöös, kuid nendest ei piisa uuemate õppemeetodite rakendamiseks. Kui tahetakse tagada rakendatavate õppemeetodite mitmekesisust, siis peaks antud nimekiri olema oluliselt pikem. Suurt tähelepanu pööratakse uues õppekavas ka IKT-ga seotud õppevahendite rakendamisele põhikooli matemaatika õpetamisel. Käesolevas artiklis kirjeldatakse siiski selliseid tegevusi, mille põhieesmärk ei ole IKT vahendite kasutamine.

Erinevate tegevuste läbiviimiseks vajalikud õppevahendid võiks jaotada järgmiste tunnuste järgi:

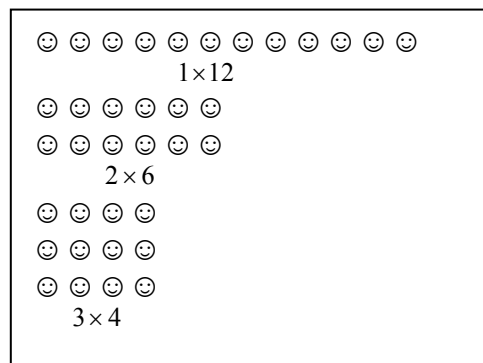
1. Elementaarsed õppevahendid. Igal õpetajal peaksid olema käepärast õppevahendid, mida vajadusel õpilastele kätte anda: jaotuspaber, näiteks vanad kalendrid, reklaamlehed jms; erinevad mõõtmisvahendid (kolmnurgad, joonlauad, mõõdulindid, nõör, sirklid jt).
2. Ümbritsevast elukeskkonnast pärit objektid/näitvahendid, mille abil saab seostada matemaatikaõpetust õpilast ümbritseva reaalse eluga: nõöbid, karbid, piimapakendid, kilukarbid, munakarbid, lauamängud, kaalud, mõõteanumad jt.
3. Konkreetset õppevahendit teemade kaupa, mis on valmistatud õppevahendeid tootvate firmade poolt.
4. Õpetajate endi poolt valmistatud õppevahendid.

Erinevate tegevuste kaudu antakse õpilasele võimalus uusi teadmisi luua konkreetselt elulistes olukordades või ise reaalselt midagi läbi proovides. Õppevahendeid, sealhulgas ka erinevaid mudeleid, tuleb nii kaua kasutada, kuni õpilane on võimeline õpitavat mõistet sõnaliselt kirjeldama ja sümbolites väljendama, saades sealhulgas mudeleid vaadelda, kompida, kokku panna, liigitada, võrrelda, tükeldada jne – see tähendab, et mudelite omadusi õpitakse tundma loomulikul viisil.

Prof Tapio Keranto Oulu Ülikooli õpetaja-koolituse osakonnast nimetab konstruktivistlikul lähenemisel põhinevat matemaatikaõpetust loovaks matemaatiliseks tegevuseks. Tema sõnade kohaselt on konstruktivistlikuks õppetöö korralduseks vajalik nii õpetaja kui ka õpilase positiivne suhtumine matemaatiliste probleemide lahendamisse ning loovasse matemaatilisse tegevusse. Viimati nimetatud nõuab intellektuaalset tööd, mis on ajamahukas ning nõuab sageli ka suurt vaimset pingutust. Igaüks peab olema valmis pakkuma ideid ning neid samas ka vaidlustama. Toimub nii väljapakutud ideede ja tõestuste kriitiline analüüs kui ka süntees. Õpilaste enesekindlusele matemaatikaga tegelemisel mõjub hästi, kui nad avastavad, et ka nemad suudavad (oskusliku juhendamise abil) jõuda samasuguste tulemusteni nagu endisaegsed matemaatikud. Oskuslik juhendamine on sellise töökorralduse puhul ülimalt oluline. Juba prof Gerhard Rägo märgib, et “õpilased pole matemaatika suurvaimud” ning ilma piisava ja oskusliku juhendamiseta ei saa õpetaja olla kuigi kindel, et realiseeruvad tema poolt püstitatud eesmärgid. Tänapäeval on üheks juhendamise sagedasemaks vormiks hästi koostatud tööjuhendid praktiliste tööde (tegevuste) läbiviimiseks.

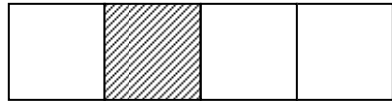
Järgnevalt on toodud konkreetseid näiteid erinevate tegevuste läbiviimiseks põhikooli matemaatika tunnis.

1. Alternatiivne ülesanne tangrami kokkupanemisele. Jaota igale õpilasele üks leht eelnevalt kogutud reklaammaterjalist. Õpilane peab selle tükeldama viieks erinevaks osaks suvaliste joonte abil (soovitavalt sirgetega). Järgnevalt vahetavad pinginaabrid oma lõigatud tükikeste komplektid. Tegevuse eesmärgiks on kokku panna see leheke, mida naaber tükikideks lõikas.
2. Tänapäeval peetakse oluliseks mitte niivõrd kirjaliku arvutamise algoritmi perfektset valdamist, kuivõrd peast ja ligikaudse arvutamise ehk hinnangulise arvutamise oskust. Samas peavad õpilased suutma hinnata ka tegelikke pikkusi, kaugusi, pindalaid, ruumalaid jne. Et suuta tajuda pikkusi, tuleks käia õues näiteks 100 m, 1 km. Võib hinnata kooli staadioni pindala ja siis ligikaudse arvutamise teel see leida, mõõtes staadioni pikkust ja laiust näiteks sammudes. Samuti võiks hinnata klassitahvli pindala, klassi ruumala jne. Tegevusteks on siin nii sammudega mõõtmine kui ka klassi joonlaua kasutamine ja arvutamine oma hinnanguliste tulemuste kontrollimiseks.
3. Mängulise õppe all mõeldakse sihipärast tegevust, kus mängimine on seotud matemaatiliste mõistete omandamise ja kinnistamisega. Järgnevalt on kirjeldatud mängu täringutega, mis sobivad kogu klassi tegevuseks õpetaja juhendamisel või ka mängu pinginaabrite vahel nii arvutamisel naturaalarvudega kui ka murdarvudega. Mänguks läheb vaja vaja kahte täringut. Ühe täringu erinevatel tahkudel on numbrid 0–5-ni ja teisel numbrid 4–9-ni. Selliseid täringuid saab ise valmistada. Esimene mäng seisneb suurima kolmekohalise (neljakohalise) arvu kirjapanekus. Õpetaja viskab kolm (neli) korda kahte erinevat täringut, teatab iga viske korral tulemused ja õpilased peavad pärast iga viset eelnevalt joonistatud ruudustikku kirjutama oma valitud numbri (ühe kahest õpetaja poolt visatud numbrist) enda poolt valitud arvu järgu kohale. Järgmise mängu eesmärk võiks olla näiteks kahe kahekohalise arvu suurima summa leidmine, vähima vahe leidmine, suurima (vähima) korrutise leidmine. Loomulikult võidab see, kes on saanud suurima (vähima) vastuse. Ideed saab edasi arendada ka murdarvudele ja tehetele nendega.
4. Algarvu ja kordarvu mõiste selgitamisel võiks toimida nii, nagu on näidatud allpool oleval joonisel. Arv 12 on kordarv, sest seda saab esitada erinevate korrutistena. Arv 13 on algarv, sest seda saab esitada ainult ühe korrutisena. Tegevuse läbiviimiseks sobivate vahendite leidmine pole keeruline. Meil peaks olema vähemalt 15 ühesugust nõõbikest, žetooni, tikukest jpm. Kuid vastavat toimingut saab ju näitlikustada ka ruudulisel paberil.

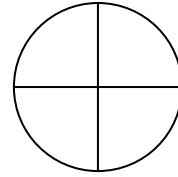


5. Murdarvude ja protsendi mõiste mõtestamiseks saab kasutada väga palju erinevaid mudelid, kusjuures need mudelid võiks liigitada kolmeks. Tervikuks on mingi tasandi

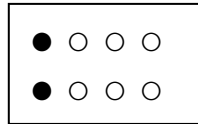
piirkond, tervikuks on esemete hulk või tervik on ühiklõigu pikkus. Veerandi ehk ühe neljandiku selgitamiseks peaks õpetaja mõtlema, milliseid mudeleid kasutada ja tegevusi läbi viia, et õpilane suudaks arusaamisega lahendada järgmised ülesanded.



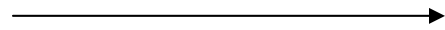
Mitmendik kujundist on viirutatud?



Viiruta veerand kujundist.

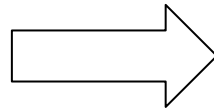
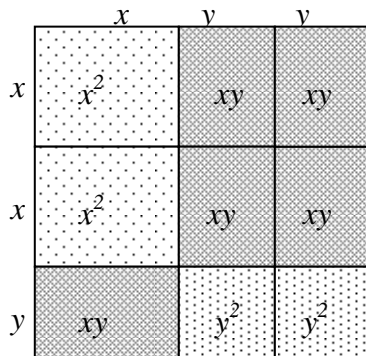


Mitmendik ringikestest on värvitud?



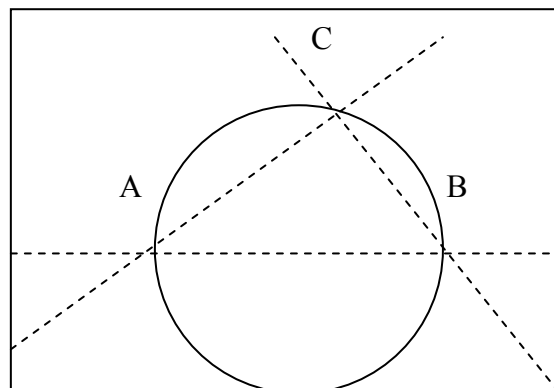
Kujuta arvsirgel murd $\frac{1}{4}$.

6. Kindlasti tuleks leida sobilikke praktilisi/illustreerivaid tegevusi ka algebra õpetamisel. Viimasel ajal on hakatud tähelepanu pöörama voltimise võimalustele matemaatiliste tõdede „avastamisel”. Seejuures seostatakse algebralised mõisted geomeetriliste kujunditega ja vastavalt pindala mõistega. Allpool olev kujund on saadud voltimise tulemusel.



$$(x + 2y)(2x + y) = 2x^2 + 5xy + 2y^2$$

7. Geomeetria õpetamisel on tegevuste rakendamine eriti oluline. Väga paljudel juhtumitel saab lihtsaid geomeetriaalaseid mõisteid kindlasti põhjendada ka voltimise abil. Näiteks votides kolmnurga mediaanid, saame veenduda, et need kõik lõikuvad ühes punktis, ja et lõikepunkt jaotab mediaani suhtes 2:1. Thalesi teoreemi käsitlemisel võiks sooritada järgmised voltimised: joonista ringjoon; tähistage ringjoone keskpunkt; voldi diameeter AB; voldi kõõl AC; voldi kõõl CB; peegelda sirge CB sirge AC suhtes. Kui suur on nurk sirgete AC ja BC vahel?



8. Uue õppekava rakendumisel tekib olukord, kus õpetajatel tuleb muuta oma õpetamise metoodikat nii mõnegi teema korral seoses muudatustega käsitlevate mõistete mahu ja sisu ning käsitlemise järjekorra muutumisega. Paljudel juhtudel on deduktiivne aine esitus asendunud induktiivse esitlusega. Näiteks tehted täisarvudega tuleb uue õppekava kohaselt käsitleda 6. klassis. Aine paremaks esitamiseks on vaja leida vastavaid õppevahendeid ja tegevusi tunnis, mis muudaksid aine konkreetsemaks, arusaadavamaks ja elulisemaks. Allpool oleval fotol on 7. klassi õpilased moodustanud arvtelje, mille abil näitlikult selgitatakse kahe punkti vahelise kauguse leidmist ja täisarvude lahutamist. Selline tegevus on näide kinesteetilisest tegevusest matemaatika tunnis, mis on kindlasti sobilik rakendada ka nooremates klassides.



Matemaatika tund Kadrioru Saksa Gümnaasiumi 7. klassis

Põhikooli uue õppekava seletuskirjas pööratakse suurt tähelepanu erinevate õppemeetodite rakendamisele, õpitavast arusaamisele ja loova mõtlemise arendamisele. Üheks võimaluseks selle eesmärgi täitmisel on seostada õppemeetodid erinevate tegevustega matemaatika tunnis.

Artikli autor on tegevuste põhised õpet käsitletud nii mitmelgi Tallinna Ülikooli täiendõppe keskuse poolt läbi viidud kursusel. Kahjuks vastav eestikeelne metoodikaalane kirjandus puudub ja asjast eriti huvitatud õpetajad saavad teavet eelkõige kursustelt, Internetist, kaaskolleegidelt ning võõrkeelsest metoodikaalasest kirjandusest (vaata 5, 6, 7).

Kasutatud kirjandus

1. Krull, E. (2000). *Pedagoogilise psühholoogia käsiraamat*. Tartu: TÜ kirjastus.
2. Rägo, G. (1984). *Matemaatikast ja matemaatika õpetajast*. Tallinn: Valgus.
3. Keranto, T. (1994). *Geometry Teaching and Creative Mathematical Activity*. Theoretical
4. Scrutiny in Constructivist Viewpoints for School Teaching and Learning in Mathematics and Science. Reserch Report 131. Helsinki: Department of Teacher Education, University of Helsinki.

5. Heddens, J. M. and others. (2009). *Today's Mathematics*. (12th ed.). Concepts, Methods and Classroom Activities. John Wiley & Sons, Inc.
6. Reys, R. E. and others. (2004). *Helping Children Learn Mathematics*. (7th ed.). John Wiley & Sons, Inc.
7. Allsopp, D. H. and others. (2007). *Teaching Mathematics Meaningfully*. Solutions for Reaching Struggling Learners. Paul H. Brookes Publishing CO.